

You are screen sharing

Stop share

Résultats :

$$① \begin{cases} \arctan x = y \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \tan y \\ y \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[\end{cases}$$

$$② \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$$

$$③ (\forall x \in \mathbb{R})(\tan(\arctan x) = x) \quad \text{et} \quad \left(\forall x \in \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[\right) (\arctan(\tan x) = x)$$

$$④ \text{ La fonction } \arctan \text{ est impaire strictement croissante sur } \left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$$

f fonction impaire sur $I = [-a, a]$ ou $] -a, a[$ $\Rightarrow f^{-1}$ est elle impaire ?

π ACADEMY
Be SMART

$$⑤ (\forall x \in \mathbb{R}^+) \left(\arctan x + \arctan \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{\pi}{2} \right) \quad \text{et} \quad (\forall x \in \mathbb{R}^-) \left(\arctan x + \arctan \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{Propriété à démontrer})$$

$$(x \in \mathbb{R} \quad (y \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \arctan x = \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\textcircled{3} (\forall x \in \mathbb{R})(\tan(\arctan x) = x) \quad \text{et} \quad (\forall x \in]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[)(\arctan(\tan x) = x)$$

$$\textcircled{4} \text{ La fonction } \arctan \text{ est impaire strictement croissante sur }]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$$

16



PNG

PDF (Default)

Limite et continuité

Prof. Ingé Marzouki Ahmed

$$\textcircled{5} (\forall x \in \mathbb{R}^+) \left(\arctan x + \arctan \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{\pi}{2} \right) \quad \text{et} \quad (\forall x \in \mathbb{R}^-) \left(\arctan x + \arctan \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{\pi}{2} \right) \quad (\text{Propriété à démontrer})$$

Exercice 1 :

Déterminer les réels suivants:

$$a = \arctan \left(\tan \left(-\frac{3\pi}{22} \right) \right); \quad b = \arctan \left(\tan \left(\frac{144\pi}{4} \right) \right); \quad c = \tan(\arctan \sqrt{123})$$

Exercice 2 :Soient a et b deux réels tels que $a \in]-1, 1[$ et $b \in]-1, 1[$

$$f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}, \quad \forall x > 0, \quad \text{soit } y < 0$$

$$f(y) = \arctan y + \arctan \frac{1}{y}$$

$$= -\arctan(-y) = \arctan \frac{1}{-y} \\ = -(\arctan(-y) + \arctan \frac{1}{-y}) = -\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

2Bac S.M

Limite et continuité

Prof. Ingé Marzouki Ahmed

⑤ $(\forall x \in \mathbb{R}^+) \left(\arctan x + \arctan \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{\pi}{2} \right)$ et $(\forall x \in \mathbb{R}^-) \left(\arctan x + \arctan \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{\pi}{2} \right)$ (Propriété à démontrer)

Exercice 1 :

Déterminer les réels suivants:

$$a = \text{Arctan} \left(\tan \left(-\frac{3\pi}{22} \right) \right); \quad b = \text{Arctan} \left(\tan \left(\frac{144\pi}{4} \right) \right); \quad c = \tan(\text{Arctan} \sqrt{123})$$

Exercice 2 :

a et b deux réels tels que $a \in]-1, 1[$ et $b \in]-1, 1[$

1- Montrer que: $\arctan a + \arctan b = \arctan \left(\frac{a+b}{1-ab} \right)$

2- Etudier le cas où $a > 1$ et $b > 1$

3- Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$\arctan \left(\frac{1-\sqrt{x}}{2} \right) + \arctan \left(\frac{1+\sqrt{x}}{2} \right) = \frac{\pi}{6}$$

Exercice 3 :

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{Arctan} x - 1}{4x - \pi}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(2\arctan x - \pi)$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\text{Arctan}(2x^2+x)}{\sqrt[3]{x^2+1}-1} \right)$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\forall x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[\quad \text{Arctan}(\tan x) = x$$

$$\tan(\text{Arctan}(x)) = x$$

$$\tan(k\pi + x) = \tan(x) \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

2Bac S.M

Limite et continuité

Prof. Ingé Marzouki Ahmed

⑤ $(\forall x \in \mathbb{R}^+) \left(\arctan x + \arctan \left(\frac{1}{x} \right) = \frac{\pi}{2} \right)$ et $(\forall x \in \mathbb{R}^-) \left(\arctan x + \arctan \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{\pi}{2} \right)$ (Propriété à démontrer)

Exercice 1 :

Déterminer les réels suivants:

$$a = \text{Arctan} \left(\tan \left(-\frac{3\pi}{22} \right) \right); \quad b = \text{Arctan} \left(\tan \left(\frac{144\pi}{4} \right) \right); \quad c = \tan(\text{Arctan} \sqrt{123})$$

Exercice 2 :

a et b deux réels tels que $a \in]-1, 1[$ et $b \in]-1, 1[$

1- Montrer que: $\arctan a + \arctan b = \arctan \left(\frac{a+b}{1-ab} \right)$

2- Etudier le cas où $a > 1$ et $b > 1$

3- Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$\arctan \left(\frac{1-\sqrt{x}}{2} \right) + \arctan \left(\frac{1+\sqrt{x}}{2} \right) = \frac{\pi}{6}$$

Exercice 3 :

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\text{Arctan} x - 1}{4x - \pi}$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(2\arctan x - \pi)$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\text{Arctan}(2x^2+x)}{\sqrt[3]{x^2+1}-1} \right)$

Handwritten notes:

- $x = y$
- $\tan x = \tan y$
- $x, y \in \left] \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$
- $x, y \in \left] \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right[$
- pas toujours vrai
- impossible



• Pour l'équation : $\sqrt[3]{3+x} - \sqrt[3]{3-x} = \sqrt[3]{9-x}$

Le domaine de définition de cette équation est $D_1 = [-3; 3]$.

En utilisant l'identité remarquable $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$, on a alors pour tout $x \in D_1$:

$$\sqrt[3]{3+x} - \sqrt[3]{3-x} = \sqrt[3]{9-x^2} \Leftrightarrow (\sqrt[3]{3+x} - \sqrt[3]{3-x})^3 = \sqrt[3]{9-x^2}$$

$$\Leftrightarrow (3+x) - (3-x) - 3\sqrt[3]{9-x^2} \cdot \sqrt[3]{9-x^2} = \sqrt[3]{9-x^2}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3\sqrt[3]{9-x^2} = \sqrt[3]{9-x^2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2\sqrt[3]{9-x^2}$$

$$\Leftrightarrow (x^2 = 4(9-x^2)) \text{ et } x \in [0; 3]$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

Par suite, l'ensemble des solutions de cette équation est : $S_1 = \left\{ \frac{6\sqrt{5}}{5} \right\}$

Pour l'équation : $2x\sqrt{x} - 3x \cdot \sqrt{\frac{1}{x}} = 20$

Le domaine de définition de cette équation est $D_2 = \mathbb{R}_+^*$. On pose $t = \sqrt{x}$. On a alors :

$$2x\sqrt{x} - 3x \cdot \sqrt{\frac{1}{x}} = 20 \Leftrightarrow 2t^3 - 3t = 20 \Leftrightarrow 2T^2 - 3T - 20 = 0 \quad (\text{où } T = t^3)$$

Talking: BE SMART ACADEMY

(car : $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{a^2}$)

$x = y$ ALL

$x = y$

$x^{2n} = y^{2n} \Leftrightarrow x = y$

$x^{2n} = y^{2n} \Leftrightarrow x = y$

$x \neq y$

$x \neq y$

$x = y$

$x \neq y$

PNG (Default)

PDF



$$1 \mp \tan a, \tan b$$

$$2$$

$$2$$

$$2$$

$$2$$

2) Calculer des limites :

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[4]{x^2} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^2} + \sqrt[4]{x} + 1)}{(x - 1)(\sqrt[4]{x^4} + \sqrt[4]{x^2} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^2} + \sqrt[4]{x} + 1)}{\sqrt[4]{x^4} + \sqrt[4]{x^2} + 1} = \frac{8}{3}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x} - \sqrt[6]{x+1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[12]{x^3} - \sqrt[12]{(x+1)^4}}{\sqrt[12]{x^6} - \sqrt[12]{(x+1)^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[12]{\frac{(x+1)^4}{x^6}} \times \frac{\sqrt[12]{\frac{x^3}{(x+1)^4}} - 1}{1 - \sqrt[12]{\frac{(x+1)^2}{x^6}}}$$

$$\text{Comme } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[12]{\frac{(x+1)^4}{x^6}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[12]{\frac{x^3}{(x+1)^4}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[12]{\frac{(x+1)^2}{x^6}} = 0 \text{ alors } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x} - \sqrt[6]{x+1}}{\sqrt{x} - \sqrt[6]{x+1}} = 0$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^3 + x^2} - x = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 + x^2)^2} + x \sqrt[3]{x^3 + x^2} + x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2} + \sqrt[3]{1 + \frac{1}{x}} + 1} = \frac{1}{3}$$

• Pour la limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} \left(\text{Arc tan } \frac{1}{x} - \frac{\pi}{2} \right)$: on pose $\text{Arc tan } \frac{1}{x} - \frac{\pi}{2} = t$ avec $x > 0$.

Talking:

$$\frac{x^{1/4} - x^{1/6}}{x^{1/2} - x^{1/6}}$$

$$\sim \frac{x^{1/4} - x^{1/6}}{x^{1/2} - x^{1/6}}$$

$$\sim \frac{x^{1/3} - x^{1/2}}{x^{1/2} - x^{1/6}}$$

PNG

PDF (Default)